

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## מבחן מועד ב' באלגוריתמים, סמסטר ב' תשע"ו (2016)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

**מרצים:** פרופ' נוגה אלון, פרופ' עמוס פיאט

**מתרגלים:** אופיר פרידלר, אילן כהן

**19.9.2016**

### הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: דף פוליו מודפס (דו צדדי) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.
5. תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
6. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
7. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
8. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
9. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
10. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלוי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

### בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 1

נתון גרף מכוון  $G = (V, E)$  וזוג צמתים שונים  $s, t \in V$ , ונניח שלכל קשת  $e \in E$  נתון משקל  $w(e) \geq 0$  וכן נתון צבע אדום או כחול. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא, מבין כל המסילות (לאו דווקא מסילות פשוטות) מ- $s$  ל- $t$  שבהן מספר הקשתות האדומות מתחלק ב-3, כזו עבורה סכום המשקלים של הקשתות הכחולות מינימלי.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 2

נתון גרף קשיר לא מכוון  $G = (V, E)$  ונתונה פונקציית משקל על הקשתות  $w: E \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, |V|\}$ . כמו כן נתונה קבוצת קשתות  $U \subseteq E$  שאינה מכילה מעגל. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את המשקל המינימלי של עץ פורש של  $G$  שמכיל את כל הקשתות של  $U$ .

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

### שאלה 3

נתונה קבוצה  $X$  של  $10n$  מוצרים ו-  $n$  מפעלים, כשהמפעל מספר  $i$  מסוגל לייצר את קבוצת המוצרים  $Y_i \subseteq X$  (הקבוצות  $Y_i$  אינן בהכרח זרות). נתונים גם  $n$  לקוחות, כשלקוח מספר  $j$  מעוניין באחד המוצרים בלבד מקבוצה  $Z_j \subseteq X$  (הקבוצות  $Z_j$  אף הן אינן בהכרח זרות). כל אחד מהמפעלים מוכן לייצר רק מוצר אחד מקבוצת המוצרים שלו, ז"א מפעל מספר  $i$  ייצר מוצר  $y_i \in Y_i$ , ויתרום אותו חינם לאחד הלקוחות. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את המספר המירבי של לקוחות שיקבלו מוצרים שבהם הם מעוניינים (ללא תשלום)

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 4

כתבו את התכנית הליניארית המתאימה לבעיה הבאה ואת התכנית הדואלית לה: נתון אוסף  $S_1, S_2, \dots, S_n$  של תתי קבוצות של הקבוצה  $X$ , כאשר  $|X| = 10n$ . ברצוננו לחשב משקל  $w_x \geq 0$  לכל  $x \in X$  כך שסכום המשקלים הכולל מינימלי ולסכום משקלי האיברים בכל אחת מהקבוצות  $S_i$  לפחות 1.

שתי התכניות הליניאריות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 5

נתונים מספרים  $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n < 1$ , לכל תת קבוצה של  $n$  מהם  $x_{i_1} < x_{i_2} < \dots < x_{i_n}$  נסתכל על הגודל  $\max\{x_{i_1}, x_{i_2} - x_{i_1}, x_{i_3} - x_{i_2}, \dots, x_{i_n} - x_{i_{n-1}}, 1 - x_{i_n}\}$ . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את הגודל המינימאלי שתת קבוצה של  $n$  מספרים יכולה להשיג.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

מסגרת חירום לשאלה מספר \_\_\_\_\_



תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

מסגרת חירום לשאלה מספר \_\_\_\_\_

