

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## מבחן מועד ב' באלגוריתמים, סמסטר א' תשע"ו (2016)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

**מרצים:** פרופ' רון שמיר, פרופ' מיכה שריר

**מתרגלים:** אילן כהן, אופיר פרידלר

**8.4.2016**

### הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: דף פוליו מודפס (דו צדדי) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.
5. תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
6. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
7. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
8. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
9. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
10. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלוי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

### בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 1

נתון גרף פשוט, קשיר ולא מכוון  $G = (V, E)$  עם פונקציית משקל אי-שלילית על הקשתות  $w: E \rightarrow \mathbb{R}^+$ . בנוסף נתונים שני צמתים  $s, t \in V$  ונתונה תת-קבוצה של קשתות  $E' \subseteq E$ . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר לחישוב מסלול קל ביותר מ- $s$  ל- $t$  אשר עובר דרך לכל היותר שתי קשתות מ- $E'$ .

סיבוכיות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 2

נתון גרף פשוט, קשיר ולא מכוון  $G = (V, E)$  עם פונקציית משקל על הקשתות  $w: E \rightarrow \mathbb{R}^+$ . שני עפ"מים  $T, T'$  יקראו סמוכים אם קיימות קשתות שונות  $e \in T$  ו- $e' \in T'$  כך ש  $T' = (T \setminus \{e\}) \cup \{e'\}$ .

הוכיחו: לכל שני עפ"מים שונים  $T, T'$  קיימת סדרה של עפ"מים  $T = T_1, T_2, \dots, T_k = T'$  כך שכל שניים עוקבים בסדרה הם סמוכים.

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

### שאלה 3

נתון גרף מכוון  $G = (V, E)$ , תת קבוצה  $U \subseteq V$  של צמתים "כחולים", ושני צמתים  $s, t$ . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא הילוך מ- $s$  ל- $t$  (כלומר ניתן לחזור על צמתים ו/או קשתות) העובר דרך מספר מקסימלי של צמתים כחולים, או מודיע שמספר זה אינו חסום.

סיבוכיות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 4

נתון גרף דו צדדי  $G = (V, U, E)$ , כלומר  $V, U$  הן קבוצות צמתים ו- $E \subseteq V \times U$ , וידוע שלכל צמת (הן ב  $U$  והן ב  $V$ ) יש דרגה זוגית.

א. הציגו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המחשב תת קבוצה  $E' \subseteq E$  בגודל מקסימלי כך שבגרף  $G' = (V, U, E')$  דרגת כל צמת היא לכל היותר חצי מהדרגה שלו ב  $G$ .

ב. הוכיחו שקיימת תת קבוצה  $E' \subseteq E$  כך שבגרף  $G' = (V, U, E')$  דרגת כל צמת היא בדיוק חצי מהדרגה שלו ב  $G$ .

סיבוכיות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

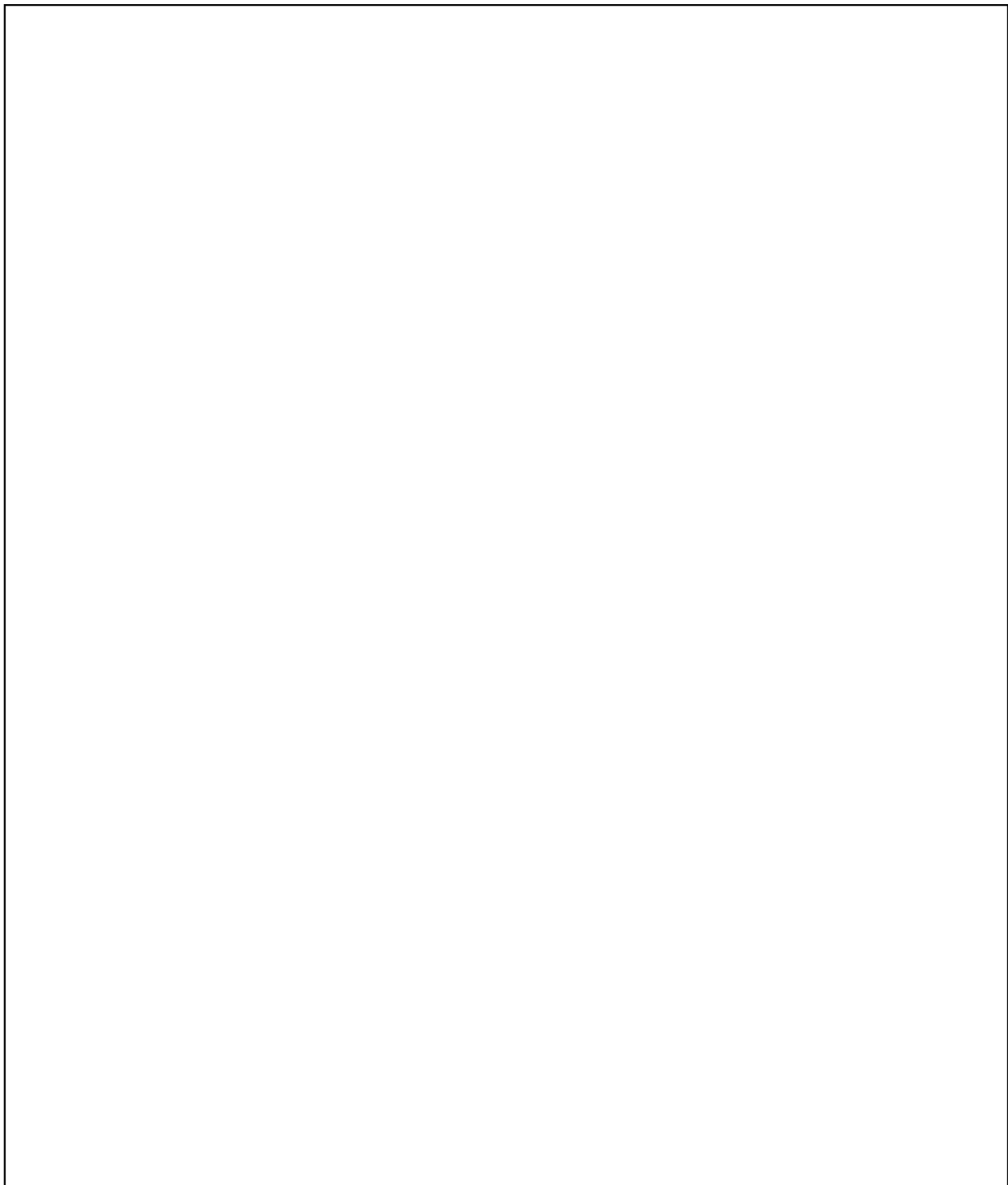
## שאלה 5

במפעל  $n$  עובדים. המפעל מחלק  $m$  מתנות שוונות לעובדים, כך שכל עובד יקבל לכל היותר 4 מתנות. כאשר עובד  $i$  מקבל את  $j$  במתנה הוא שמה, ולשמחתו יש ערך  $v_{ij} \in \mathbb{R}^+$ . כתבו תכנית ליניארית בשלמים אשר מחשבת השמה של המתנות לעובדים כך שהערך הכולל של השמחה של כל העובדים יהיה מקסימלי. כעת הסתכלו על התכנית הליניארית (לאו דווקא בשלמים), וכתבו בצורה מפורשת את התכנית הדואלית.

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

מסגרת חירום לשאלה מספר \_\_\_\_\_



תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

מסגרת חירום לשאלה מספר \_\_\_\_\_

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answers to the questions above.