

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מבחן מועד א' באלגוריתמים, סמסטר ב' תשע"ו (2016)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' נוגה אלון, פרופ' עמוס פיאט

מתרגלים: אופיר פרידלר, אילן כהן

10.7.2016

הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: דף פוליו מודפס (דו צדדי) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.
5. תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
6. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
7. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
8. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
9. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
10. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלוי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 1

נתון גרף לא מכוון $G = (V, E)$ וזוג צמתים שונים $s, t \in V$, ונניח שלכל קשת ב- E יש צבע אדום או כחול. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא מבין כל המסילות (לאו דווקא מסילות פשוטות) מ- s ל- t שבהן יש מספר זוגי של קשתות אדומות, כזו בה יש מספר מינימלי של קשתות כחולות.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 2

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל על הקשתות $w: E \rightarrow \mathbb{R}$, וצומת $r \in V$. ידוע שלכל צומת u יש מסילה קלה ביותר (במשקלה) מ- r ל- u שהיא גם מסילה קצרה ביותר (במספר הקשתות) מ- r ל- u . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא עץ מסילות קלות ביותר מ- r .

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 3

נתון אוסף S_1, S_2, \dots, S_n של תתי קבוצות של הקבוצה $\{1, 2, 3, \dots, 10n\}$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיקבע אם יש תת קבוצות זרות בזוגות (זאת אומרת, כל שתי קבוצות שונות T_i, T_j הן זרות) T_1, T_2, \dots, T_n כאשר $T_i \subseteq S_i$ לכל i וכן $|T_i| = 3$ לכל i .

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 4

נתונה התכנית הליניארית הבאה :

$$\max x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

$$x_2 + x_3 \leq 20$$

$$10x_3 \leq 100$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

כתבו את התכנית הדואלית והוכיחו את משפט הדואליות החלש למקרה זה: "ערכו של כל פתרון אפשרי (פיזיבילי) של התכנית הדואלית הוא חסם עליון לפתרון האופטימלי של התכנית המקורית".

התכנית הדואלית:

הוכחת המשפט למקרה זה:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 5

נתונים n וקטורים דו מימדיים $v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2), \dots, v_n = (x_n, y_n)$ כאשר $x_i, y_i \geq 0$ שלמים. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיקבע אם יש $I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ כך שמתקיים $\sum_{i \in I} x_i = n$ וגם $\sum_{i \in I} y_i = n$.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מסגרת חירום לשאלה מספר _____

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to provide answers or show work.

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מסגרת חירום לשאלה מספר _____

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answers to the questions.