

## מבחן מועד א' באלגוריתמים, סמסטר ב' תשע"ט (2019)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

**מרצים:** פרופ' רון שמיר, פרופ' יוסי עזר

**מתרגלים:** טל ינקוביץ', ג'אד סלבאק

**7.7.2019**

### הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות ללא אפשרות הארכה.
3. המבחן הוא בחומר סגור.
4. בסוף המבחן מצורף נספח עזר.
5. במבחן 4 שאלות. יש לענות על כולן.
6. לכל השאלות משקל שווה, ולכל הסעיפים בשאלה משקל שווה.
7. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
8. מחברת הבחינה משמשת כטיוטה בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
9. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
10. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
11. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

### בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 1

נתונה רשת זרימה  $G = (V, E)$ , עם מקור  $s$  ובור  $t$ , וקיבולים  $c: E \rightarrow \mathbb{N}$  שהם **שלמים חיוביים**. ענו על הסעיפים הבאים.

א. נגיד שזרימה  $f$  היא **זוגית** אם לכל  $u, v$ ,  $f(u, v)$  הוא שלם זוגי. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא זרימה בעלת ערך מקסימלי, מבין הזרימות הזוגיות.

ב. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוציא זרימה בעלת ערך מקסימלי, מבין הזרימות  $f$  שמקיימות ש- $|f|$  שלם זוגי.

אלגוריתם והסבר סעיף א':

יעילות:

אלגוריתם והסבר סעיף ב':

יעילות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 2

נתון אוסף של  $n$  נקודות  $(x_i, y_i)^{i=1, \dots, n}$  על המישור. עבור פונקציה  $f: R \rightarrow R$  ונקודה  $p_i = (x_i, y_i)$ , הסטייה של  $p_i$  מ- $f$  מוגדרת בתור הערך הבא:  $y_i - f(x_i)$ . נסחו כבעיות תכנון לינארי את שתי הבעיות הבאות:

א. **הסטייה הכוללת** של הנקודות מהפונקציה מוגדרת כ**סכום הערכים המוחלטים** של הסטיות של כל  $n$  הנקודות. יש למצוא ישר  $f(x) = ax + b$  עם סטייה כוללת מינמלית.

ב. **הסטייה המקסימלית** של הנקודות מהפונקציה מוגדרת כ**מקסימום הערך המוחלט** של סטייה בנקודה כלשהיא. יש למצוא פרבולה  $g(x) = ax^2 + bx + c$  עם סטייה מקסימלית קטנה ככל האפשר.

פורמולציה והסבר סעיף א':

פורמולציה והסבר סעיף ב':

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

### שאלה 3

נתון גרף מכוון עם משקולות חיוביים  $W_{i,j}$  לקשתות, ועשרה מהצמתים הנקראים **צמתי תצפית**. וירוס מתחיל להתפשט בגרף בזמן 0 מצומת מקור לא ידוע ומדביק בהדרגה כל צומת שהוא מגיע אליו. אם הווירוס נמצא בצומת  $x$  אז כל שכן  $y$  (שיש אליו קשת יוצאת מ  $x$ ) ידבק בדיוק אחרי זמן  $W_{x,y}$  (אם  $y$  עדיין לא הודבק עד זמן זה).

א. נתונים זמני ההדבקה בעשרת צמתי התצפית. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המשחזר מהי קבוצת הצמתים שיכולה להיות מקור המחלה.

ב. **זמן הגילוי** של הווירוס הוא הזמן המוקדם ביותר בו איזשהו מצמתי התצפית מודבק. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא את קבוצת הצמתים אשר אם הווירוס מתחיל מאחד מהם בזמן 0 זמן הגילוי הוא מקסימלי.

יעילות:

אלגוריתם והסבר סעיף א:

יעילות:

אלגוריתם והסבר סעיף ב':

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 4

נתונה קבוצה  $S$  של  $n$  קטעים על הישר שכל קצותיהם שונים. נמספר את  $2n$  קצותיהם משמאל לימין בסדר עולה  $1, 2, \dots, 2n$ . בנוסף עבור כל קטע  $[i, j] \in S$  נתון משקל אי-שלילי  $w_{\{ij\}}$ . קבוצה של קטעים תקרא **מדליקה** אם לכל שני קטעים בקבוצה או שאחד מהם מכיל את השני או שהם זרים. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא תת-קבוצה מדליקה של  $S$  במשקל כולל מקסימלי.

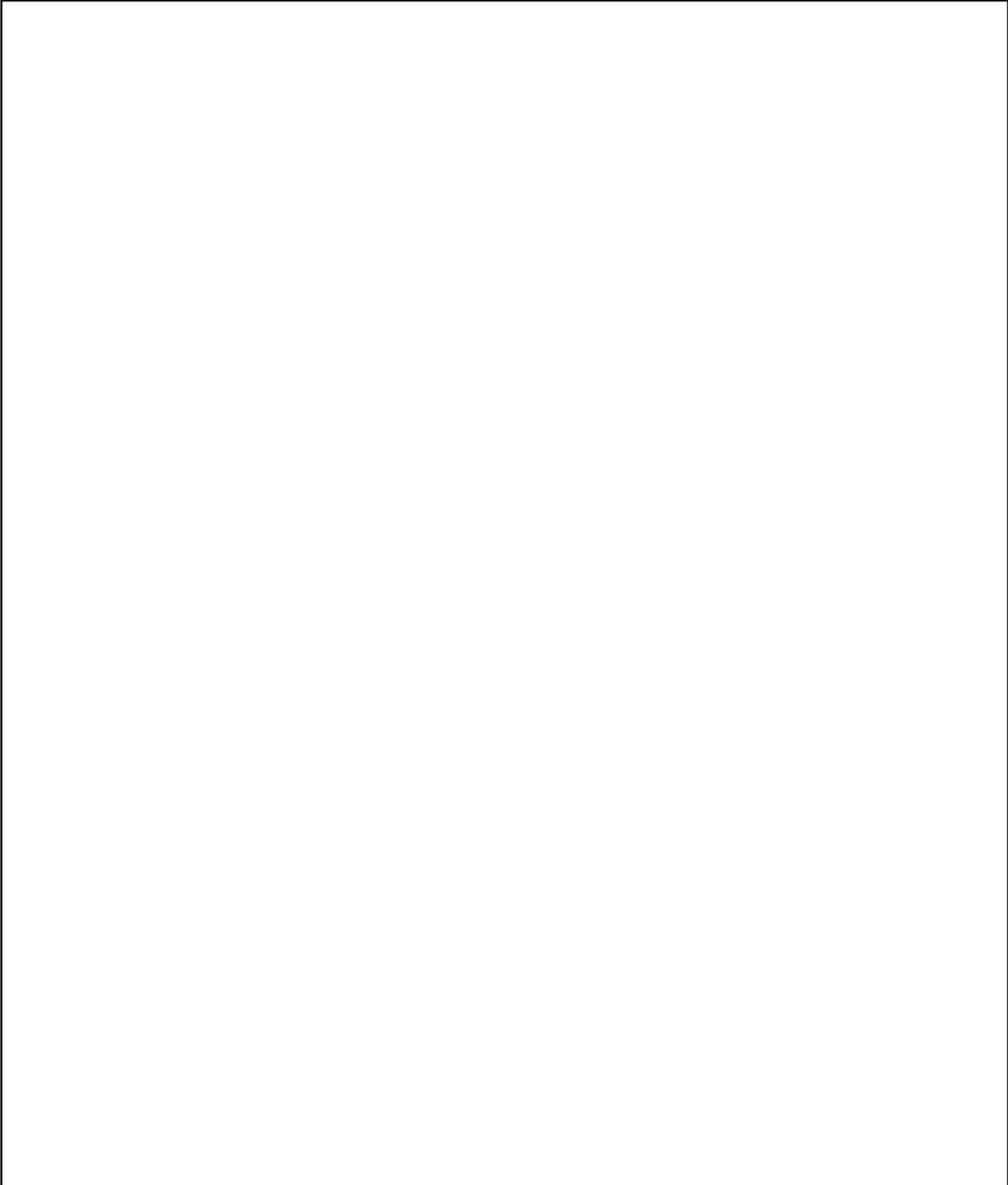
אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

מסגרת חירום לשאלה מספר \_\_\_\_\_



תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

מסגרת חירום לשאלה מספר \_\_\_\_\_

A large empty rectangular box with a black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answer to the question above.