



אלגוריתמים (0368-2160)
סמסטר א' התשע"ט

מבחן – מועד ב' [מתוקן]

תאריך: 15.3.2019, ח' באדר ב' התשע"ט

מרצה: ד"ר רני הוד

מתרגלים: טל ינקוביץ', ג'אד סלבאק

- מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
- משך הבחינה שלוש שעות.
- המבחן הוא בחומר סגור.
- בסוף המבחן מצורף נספח עזר.
- במבחן 5 שאלות, יש לענות על כולן.
- תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות; תשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- בכל שאלה בה אתם מציגים אלגוריתם יש להציג אלגוריתם יעיל ככל האפשר בליווי הסבר מתאים.
- בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

שאלה 1

בעזרתכם האדיבה צברה מפלגת "אלגוריתמים לישראל" n מנדטים, ולכבוד המאורע החגיגי כל נציגי הסיעה נאספים לסלפי קבוצתי על מדרגות הכנסת. ידועים לנו m פרטי רכילות, כל אחד מהצורה "דייקסטרה לא סומך על דיניץ". אם פלוני לא סומך על אלמוני, אז פלוני דורש שבתמונה הקבוצתית אלמוני יעמוד על מדרגה נמוכה יותר ממנו (כדי שלא יעשה לו קרניים). תארו אלגוריתם יעיל ככל הניתן שמוצא חלוקה של n הנציגים למספר קטן ככל האפשר k של מדרגות לצורך הצילום, או קובע שאין דרך להגיע להסכמה.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 2

נתון גרף $G = (V, E)$ קשיר ולא מכוון עם פונקציית משקל $w : E \rightarrow \mathbb{R}$, ונתון מספר ממשי $r \in \mathbb{R}$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמחשב כמה קשתות ממשקל r מופיעות בעפ"מ של G ביחס ל- w (כפי שראיתם בתרגול, התשובה איננה תלויה בבחירת העפ"מ).
 הדרכה – הוכיחו ראשית את הטענה הבאה: אם T הוא עפ"מ של G ביחס ל- w או T הוא גם עפ"מ של G ביחס ל- w' , כאשר

$$w'(e) = \begin{cases} 1, & w(e) < r; \\ 2, & w(e) = r; \\ 3, & w(e) > r. \end{cases}$$

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 3

נתונה סדרה (a_1, a_2, \dots, a_n) של n מספרים ממשיים. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמחשב תתיסדרה $1 \leq i_0 < i_1 < \dots < i_k \leq n$ עבורה הסכום המתחלף $a_{i_0} - a_{i_1} + a_{i_2} - \dots + (-1)^k a_{i_k}$ גדול ככל הניתן. שימו לב שאורך תתיסדרה k איננו נתון.

דוגמא: עבור הסדרה $(2, 10, 5, 2, 8, 3)$ תוחזר תתיסדרה $2 < 4 < 5$, שעבורה הסכום המתחלף הוא $10 - 2 + 8 = 16$.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 4

נתונה רשת זרימה $G = (V, E)$ עם מקור s , בור t ופונקציית קיבול חיובית $c : E \rightarrow \mathbb{R}^+$. כמו כן נתונה זרימה מקסימלית f מ- s ל- t ברשת זו. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שבודק האם קיימים ברשת לפחות שני חתכים שונים (S_1, T_1) ו- (S_2, T_2) שכל אחד מהם הוא מינימלי.

יעילות:

אלגוריתם והוכחת נכונות:

שאלה 5

נתון (כקופסה שחורה) אלגוריתם לינארי A שמקבל כקלט צורה סטנדרטית של תכנית לינארית Q עם n משתנים ו-2018 אילוצים ומחזיר פתרון אופטימלי של Q (אם קיים כזה). כמו כן, נתונה תכנית לינארית P בצורה סטנדרטית עם n משתנים ו-2019 אילוצים, עבורה ידוע שקיים פתרון אופטימלי \bar{y} לתכנית הדואלית D , שבו המכפלה $y_1 y_2 \cdots y_{2019}$ מתאפסת. תארו אלגוריתם יעיל ככל הניתן למציאת ערך הפתרון האופטימלי של P . שימו לב ש- \bar{y} איננו נתון.


יעילות:

אלגוריתם והוכחת נכונות:

ת.ז.: _____

מס' מחברת: _____

מסגרת `חירום` לשאלה מספר _____:



ת.ז.: _____

מס' מחברת: _____

מסגרת `חירום` לשאלה מספר _____: