

מבחן מועד ב' באלגוריתמים, סמסטר ב' תשע"ח (2018)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' עמוס פיאט, פרופ' רון שמיר

מתרגלים: אופיר פרידלר, טל ינקוביץ'

2.10.2018

הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: דף פוליו מודפס (דו צדדי) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.
5. תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
6. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
7. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
8. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
9. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
10. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 1

יהי גרף לא מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל על הקשתות $w: E \rightarrow \mathbb{R}$, ונתון ש- T, T' הם שני עצים פורשים מינימליים של G , הזרים בקשתות. הוכיחו שב- T יש שתי קשתות מאותו משקל.

הוכחה:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 2

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם משקלי קשתות חיוביים $w(i, j)$. לכל צומת צבע אדום או כחול. מסלול נקרא **משובח** אם הוא מכיל צומת אדום (בקצוות המסלול או בתוכו). תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא לכל זוגות הצמתים u, v משקל מסלול משובח קל ביותר מ- u ל- v (אם אין מסלול משובח מחזיר 'לא' עבורם).

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 3

נסחו את הבעיה הבאה כבעיית תכנון לינארי:

נתונה רשת זרימה עם מקור s יעד t . קיבול קשת uv הוא C_{uv} . לכל קשת uv נתון גם ערך חיובי D_{uv} שהוא עלות שידרוג ליחידת קיבול, כלומר כל הגדלה של הקיבול בקשת ביחידה אחת תעלה D_{uv} . נתון תקציב שידרוג B . רוצים לחלק תקציב זה בין קשתות שישודרגו בצורה שערך הזרימה לאחר השדרוג יהיה גדול ככל האפשר.

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 4

נביא לחש לנו מה יהיו שערי ההמרה בין הדולר, הש"ח והביטקוין במהלך N הימים הבאים. נסמן את שער ההמרה בין מטבע i למטבע j ביום k ב- $T(i,j,k)$. כלומר אם יש לנו סכום A במטבע i בבוקר יום k וביצענו המרה שלו למטבע j יהיה לנו בערב סכום של $T(i,j,k)*A$ במטבע j . שער המרה ממתבע לעצמו הוא תמיד 1. נתון תקציב התחלתי של 100 ש. ניתן לבצע פעולה אחת ביום. אנו רוצים להגיע לסוף יום N עם מספר השקלים מקסימלי. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא סדרת פעולות המשיגה זאת.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 5

נתונים גרף לא מכוון G כרשימת שכנויות, צומת s וקשת e בגרף. בנוסף לכל v נתון $\delta(v)$ שהוא אורך מסלול קצר ביותר מ- s ל- v בגרף G (ניתן לגשת ל- $\delta(v)$ בזמן $O(1)$). כעת נסיר את e מהגרף G , ונסמן ב- $\delta'(v)$ את אורך המסלול הקצר ביותר מ- s ל- v לאחר ההסרה. נאמר ש- e קשת חביבה אם לכל v מתקיים $\delta(v) = \delta'(v)$.

תארו אלגוריתם יעיל ככל הניתן שיקבע אם e חביבה.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מסגרת חירום לשאלה מספר _____

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מסגרת חירום לשאלה מספר _____

