

מבחן מועד א' באלגוריתמים, סמסטר ב' תשע"ח (2018)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' עמוס פיאט, פרופ' רון שמיר

מתרגלים: אופיר פרידלר, טל ינקוביץ'

29.6.2018

הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: דף פוליו מודפס (דו צדדי) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.
5. תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
6. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
7. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
8. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
9. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
10. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלו קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 1

נתון גרף לא מכוון $G = (V, E)$ וקשיר עם פונקציית משקל על הקשתות $w: E \rightarrow \mathbb{R}$, תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא תת-קבוצה של הקשתות, $E' \subseteq E$, ממשקל מינימלי, כך ש- $G' = (V, E')$ יכיל רכיב קשירות אחד בלבד. (המשקל של $E' \subseteq E$ הוא סכום משקלי הקשתות שבה).

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 2

נתונים גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל $w: E \rightarrow \mathbb{R}^+$ מהקשתות אל משקלים חיוביים ממש, וצומת $s \in V$. ידוע שכל צומת $v \in V$ נגיש מ- s . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא את המשקל המקסימלי של מסלול שמתחיל ב- s , או מודיע שאין משקל כזה.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 3

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$, שהורץ עליו DFS. נתונים יער ה-DFS, G_π , וערכי הגילוי $D[v]$ והסגירה $F[v]$ של כל צומת, שהתקבלו בריצה. לאחר ההרצה, הוספה לגרף קשת חדשה $e = (u, v)$ בין זוג צמתים קיימים. תארו אלגוריתם יעיל ככל הניתן, שיקבע אם בדיוק אותם ערכי גילוי וסגירה יכלו להתקבל כתוצאה של הרצת DFS גם על הגרף החדש $G' = (V, E \cup \{e\})$ (כלומר אם יש ריצת DFS על G' שבה לכל $v \in V$ ערך הגילוי הוא $D[v]$ וערך הסגירה הוא $F[v]$). הניחו שניתן לאחזר כל ערך נתון $D[v]$, $F[v]$ בזמן קבוע.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 4

נתונים n זוגות של מספרים שלמים אי-שליליים $(IN_i, OUT_i) \mid i=1, \dots, n$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר הקובע אם קיים גרף מכוון $G = (V, E)$, בעל n צמתים $V = \{v_1, \dots, v_n\}$, שבו לצומת ה- i יש דרגת כניסה IN_i ודרגת יציאה OUT_i . הגרף הוא ללא לולאות עצמיות או קשתות מקבילות. אם יש גרף כזה, על האלגוריתם, בנוסף, לתת כפלט תיאור שלו.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 5

נתונה סדרה של n שלמים חיוביים $d_1 < d_2 < \dots < d_n$ שהם ערכי מטבעות, ומספר שלם T . רוצים לחשב את מספר האפשרויות השונות לתת עודף T במטבעות אלה. לדוגמה אם ערכי המטבעות $d_1=2, d_2=5, d_3=6$ וכן $T = 10$ אז יש שלוש אפשרויות: $\{2,2,6\}, \{5,5\}, \{2,2,2,2,2\}$. אם $T = 3$ אין שום אפשרות. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא את מספר האפשרויות.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מסגרת חירום לשאלה מספר _____

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to provide an answer or draw a diagram related to the question above.

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מסגרת חירום לשאלה מספר _____

A large empty rectangular box with a black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answer to the question above.