

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מבחן מועד א' באלגוריתמים, סמסטר ב' תשע"ז (2017)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' עמוס פיאט, פרופ' רון שמיר

מתרגלים: אופיר פרידלר, אלון עדן

10.7.2017

הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: דף פוליו מודפס (דו צדדי) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.
5. תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
6. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
7. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
8. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
9. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
10. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלו קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 1

נתונים גרף לא מכוון ולא ממושקל $G = (V, E)$ וקודקוד $s \in V$. גרף המסלולים הקצרים ביותר מ- s $G' = (V', E')$ כולל את כל הצמתים הנגישים מ- s ב- G וכל קשת הנמצאת על מסלול בעל מספר קשתות מינימלי מ- s לצומת כלשהו ב- G .

הוכיחו ש- G' הוא 2 צביע (כלומר, ניתן לצבוע את הצמתים בו בשני צבעים כך שלצמתים בקצות כל קשת צבעים שונים).

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 2

בהינתן n ערים, אנחנו רוצים להקים מערכת תחבורה המאפשרת מעבר בין כל עיר לכל עיר. עבור כל שתי ערים i ו- j ניתן לסלול כביש בין i ל- j בעלות c_{ij} . כמו כן, ניתן להקים נמל תעופה בעיר i בעלות a_i . ניתן לנסוע בין כל שתי ערים שסללנו ביניהן כביש, וניתן לטוס בין כל שתי ערים בהן הקמנו נמל תעופה. מצאו אלגוריתם יעיל ככל האפשר למציאת מערכת תחבורה (כבישים ונמלי תעופה) **בעלות מינימלית** כך שיהיה ניתן לעבור בין כל שתי ערים (לאו דווקא בצורה ישירה).

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 3

נתון גרף דו-צדדי $G = (U, V, E)$ וזיוג $M \subseteq E$. תארו אלגוריתם בסיבוכיות $O(|U| + |V| + |E|)$ שבודק האם M זיווג מקסימום.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 4

נתון גרף מכוון וחסר מעגלים $G = (V, E)$ ומספר טבעי k .

א. תארו אלגוריתם המחשב לכל צומת מהו מספר המסלולים השונים באורך בדיוק k המסתיימים בו (אורך מסלול הוא מספר הקשתות בו. צומת בודד הוא מסלול באורך 0).

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

ב. תארו אלגוריתם המחשב לכל צומת מהו מספר המסלולים השונים באורך בדיוק k העוברים בו.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 5

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$, פונקציית משקלים אי-שליליים על הקשתות $w: E \rightarrow R^+$, ושני צמתים $s, t \in V$. להלן תכנית ליניארית שמוצאת משקל מק"ב מ- s ל- t :

$$\max d_t$$

$$d_s = 0$$

$$\forall u \rightarrow v \in E: d_v \leq d_u + w(u, v)$$

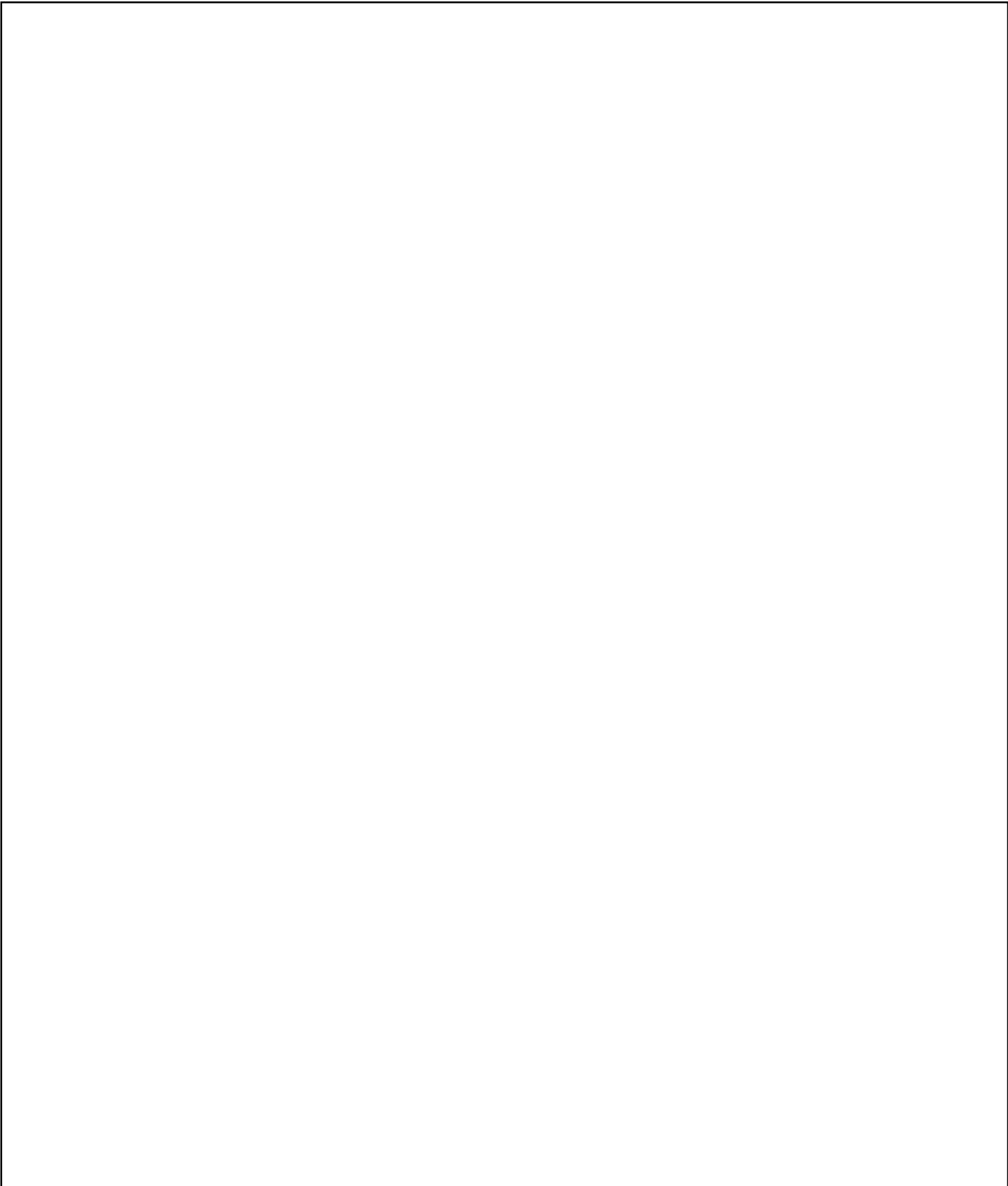
$$\forall v \in V: d_v \geq 0$$

- א. המירו את התכנית לצורה הסטנדרטית.
- ב. כתבו בצורה מפורשת את התכנית הדואלית של התכנית שכתבתם בסעיף א'.
- ג. הוכיחו שלתוכנית הדואלית יש פתרון אופטימלי בשלמים.

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מסגרת חירום לשאלה מספר _____



תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מסגרת חירום לשאלה מספר _____

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answer to the question above.