

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## מבחן מועד ב' באלגוריתמים, סמסטר א' תשע"ז (2017)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

**מרצים:** פרופ' נוגה אלון, דר' רני הוד

**מתרגלים:** אופיר פרידלר, אלון עדן

**21.4.2017**

### הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: דף פוליו מודפס (דו צדדי) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.
5. תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
6. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
7. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
8. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
9. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
10. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלוי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

### בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 1

נתון גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  ופונקציית משקל  $w: E \rightarrow \{1, 2, \dots, 10\}$ . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא את אוסף כל הקשתות  $e$  של  $G$  עבורן יש מעגל  $C$  ב- $G$  שמכיל את  $e$  כך שלכל קשת  $e' \in C$ ,  $e' \neq e$ , מתקיים  $w(e) \geq w(e')$ .

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 2

- א. הוכיחו כי בכל גרף דו-צדדי 4-רגולרי (ז"א, דרגת כל צומת בו היא 4) יש זיווג מושלם.  
ב. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא זיווג מושלם בגרף דו-צדדי 4-רגולרי.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

### שאלה 3

נתון גרף מכוון  $G = (V, E)$  עם קיבול  $c(u, v) > 0$  לכל קשת  $(u, v) \in E$ . הוכיחו או תארו דוגמא נגדית:

עבור כל שלושה צמתים  $u, v, w$  ב- $G$ , אם ערך הזרימה המקסימלית ברשת  $G$  מהמקור  $u$  אל הבור  $v$  הוא לכל היותר 2017, אז או שערך הזרימה המקסימלית ברשת  $G$  מהמקור  $u$  אל הבור  $w$  הוא לכל היותר 2017, או שערך הזרימה המקסימלית ברשת  $G$  מהמקור  $w$  אל הבור  $v$  הוא לכל היותר 2017.

הוכחה/דוגמא נגדית:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 4

נתון גרף מכוון  $G = (V, E)$  בעל  $|V| = n$  צמתים, יהא  $k = \lfloor \log_2 n \rfloor$  ונתונה צביעה של צמתי  $G$  ב- $k$  צבעים. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיקבע אם יש ב- $G$  מעגל פשוט באורך  $k$  המכיל בדיוק צומת אחד מכל צבע.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 5

יהא  $G = (V, E)$  גרף לא מכוון. נסמן ב-  $M$  את המקסימום האפשרי של הסכום של משקלים אי-שליליים לקשתות  $G$  כך שלכל צומת  $v$ , סכום משקל הקשתות הנוגעות ב-  $v$  הוא לכל היותר 1. נסמן ב-  $C$  את הגודל המינימלי של קבוצת צמתים  $X \subseteq V$  שמכילה לפחות קצה אחד של כל קשת של  $G$ .

א. הוכיחו כי  $M \leq C$ .

ב. האם יתכן אי-שוויון חריף? הוכיחו שלא ייתכן או הראו דוגמא מתאימה.

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

מסגרת חירום לשאלה מספר \_\_\_\_\_

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answers to the questions.

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

מסגרת חירום לשאלה מספר \_\_\_\_\_

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answers to the questions.