

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מבחן מועד א' באלגוריתמים, סמסטר ב' תשע"ה (2015)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' נוגה אלון, פרופ' עמוס פיאט ופרופ' רון שמיר

מתרגלים: שי ורדי, אילן כהן

9.7.2015

הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: דף פוליו מודפס (דו צדדי) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.
5. תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
6. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
7. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
8. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
9. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
10. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלוי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 1

נתון גרף דו-צדדי $G = (U, W, E)$, $|U| = n$, $|W| = k$, ונתון ש $n \gg k$. הגרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות. א. הוכיחו כי כל קודקוד $w \in W$ אשר דרגתו לפחות k , מזווג בכל זיווג מקסימום.

ב. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר אשר מוצא זיווג מקסימום בגרף, כך שהסיבוכיות של האלגוריתם אינה תלויה ב- n .

סיבוכיות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 2

נתון גרף פשוט, קשיר ולא מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל על הקשתות $w: E \rightarrow \mathbb{R}$. נתון כי $|V| = n, |E| = n + 10$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא עץ פורש מינימאלי של G .

סיבוכיות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 3

נסחו את הבעיה הבאה כתכנית לינארית:

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית קיבול אי-שלילית על הקשתות $c: E \rightarrow \mathbb{R}^+$, ופונקציית מחיר אי-שלילית על הקשתות $p: E \rightarrow \mathbb{R}^+$. בנוסף נתונה רשימת שלשות $(s_i, t_i, d_i) \in V \times V \times \mathbb{R}^+$. ברצוננו להעביר m סוגים של מחצבים בעזרת הרשת: עבור $i = 1, 2, \dots, m$, יש להעביר d_i ק"ג של מחצב i ממקור s_i לבור t_i . עלות השימוש בקשת $e \in E$ היא $p(e)$ שם עבור כל ק"ג מחצב שעובר בה (ללא תלות בסוג המחצב), סך המשקל שיכול לעבור בה הוא $c(e)$. מבין כל אסטרטגיות השינוע המקיימות את האילוצים האלה, אנו מחפשים את האסטרטגיה שמביאה למינימום את העלות הכוללת, קרי סכום עלות הקשתות.

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 4

יהי $G = (V, E)$ גרף פשוט ומכוון עם פונקציית משקל על הקשתות $w: E \rightarrow \mathbb{R}^+$. כמו כן, כל קודקוד צבוע בצבע כלשהו. נתונים זוג קודקודים $s, t \in V$, לא בהכרח שונים, הצבועים בכחול. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא את המסלול הקל ביותר מ- s ל- t שעובר דרך לפחות קודקוד אדום אחד, ולא מכיל רצף של יותר מ-4 קודקודים אדומים.

סיבוכיות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

שאלה 5

יהי $G = (V, E)$ גרף פשוט ומכוון שבו כל קודקוד צבוע בצבע כלשהו. מסלול k -מתחלף הוא מסלול אשר צבעי הקודקודים מתחלפים לאורכו k פעמים. לדוגמא, מסלול שבו צבעי הקודקודים הם **אדום-כחול-אדום-אדום-ירוק-ירוק-כחול** הוא 4-מתחלף. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא את ה- k המקסימאלי עבורו קיים מסלול k -מתחלף ב- G או מחזיר ∞ אם לא קיים k כזה.

סיבוכיות:

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מסגרת חירום לשאלה מספר _____

תעודת זהות: _____

מספר מחברת: _____

מסגרת חירום לשאלה מספר _____

