

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## מבחן מועד א' באלגוריתמים, סמסטר א' תשע"ה (2015)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

**מרצים:** פרופ' עמוס פינט ופרופ' מיכה שריר

**מתרגלים:** שי ורדי, אילן כהן

**10.2.2015**

### הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: דף פוליו מודפס (דו צדדי) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.
5. תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
6. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
7. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
8. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
9. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
10. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

### בהצלחה!

שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 1

נתונה רשת זרימה  $G = (V, E), s, t$ . נתון שכל הקיבולים ברשת הם  $\sqrt{2}$  למעט קשת אחת, שקיבולה 2. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר למציאת זרימה מקסימאלית ברשת.

סיבוכיות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 2

נתון גרף פשוט, קשיר ולא מכוון  $G = (V, E)$  עם פונקציית משקל על הקשתות  $w: E \rightarrow \{-1, 0, 1\}$ , וצומת  $s$ . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר אשר מוצא, מבין כל העצים שמהווים עץ מסלולים קצרים מ- $s$  ביחס למספר הקשתות, את העץ עם סכום המשקולות המינימאלי.

סיבוכיות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

### שאלה 3

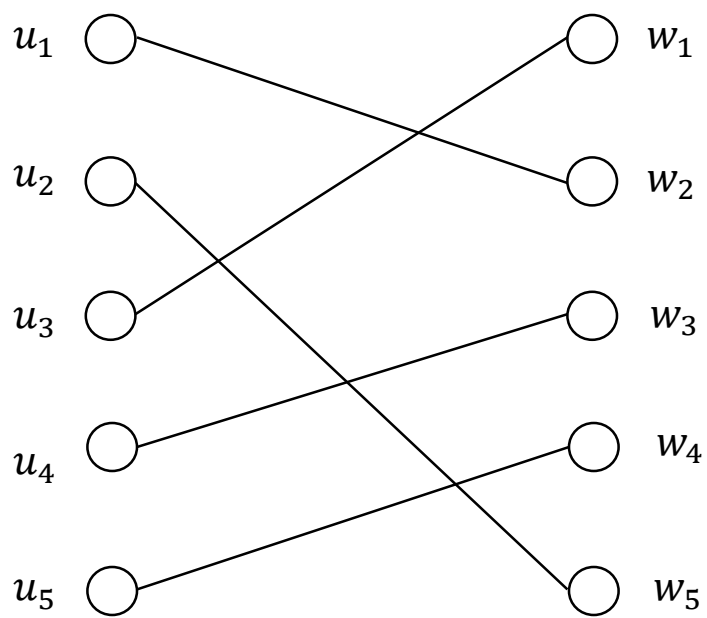
נתון גרף דו-צדדי  $G = (U, W, E)$  .  $|U| = |W| = n$  . הקודקודים בכל צד ממוספרים מ-1 עד n . זאת אומרת

$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  ו-  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$  . דרגת כל קודקוד היא 1 .

הגדרה: זיווג לא נחתך הוא זיווג כך שאם  $(u_i, w_j)$  ו-  $(u_a, w_b)$  שניהם בזיווג אז לא יתכן ש  $i > a$  וגם  $j > b$  . כמו כן לא יתכן ש  $i < a$  וגם  $j < b$  . (ראו ציור בעמוד הבא).

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המוצא זיווג לא נחתך בגודל מקסימאלי ב- $G$  .

סיבוכיות:



הקשתות הנוגעות ב  $u_1, u_4, u_5$  מהוות זיווג לא נחתך.  
הקשתות הנוגעות ב  $u_2$  ו-  $u_3$  לא מהוות זיווג לא נחתך.

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 4

יהי  $G = (V, E)$  גרף פשוט ומכוון עם פונקציית משקל על הקשתות  $w: E \rightarrow \mathbb{R}$ . הוכיחו שאין ב-  $G$  מעגלים שליליים אם"ם קיימת פונקציה על הקודקודים  $f: V \rightarrow \mathbb{R}$  המקיימת  $f(v) \leq f(u) + w(u, v)$  לכל  $(u, v) \in E$ .



תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

## שאלה 5

נתונים  $m$  קטעים אופקיים במישור. כל קטע ניתן בתור שלשה  $(y, x_1, x_2)$ , המייצגת את נקודות הקצה של הקטע שהן  $(x_1, y)$ ,  $(x_2, y)$ . קו ישר במישור נקרא חוקי אם הוא חותך את כל הקטעים. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שבודק אם קיים קו ישר חוקי, ואם קיים קו כזה, מחזיר את הקו בעל השיפוע המקסימאלי מכל הקווים החוקיים.

סיבוכיות:

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

מסגרת חירום לשאלה מספר \_\_\_\_\_

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to provide an answer to the question above.



תעודת זהות: \_\_\_\_\_

מספר מחברת: \_\_\_\_\_

מסגרת חירום לשאלה מספר \_\_\_\_\_

A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answers to the questions.