

מבחן באלגוריתמים, מועד א'

סמסטר ב' תשע"ד, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' נוגה אלון, פרופ' רון שמיר

מתרגלים: שי ורדי, אילן כהן

משך הבחינה: שלוש שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות המתמייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
4	
5	
סה"כ	

בהצלחה!

1. יהא $G(V, E)$ גרף מכוון, יהיו C_1, C_2 רכיבי קשירות חזקה בו, ונניח כי יש קשת מכוונת מצומת $u \in C_1$ לצומת $v \in C_2$. הוכיחו כי בכל הרצה של DFS על G הצומת x עם ערך f מירבי מבין $C_1 \cup C_2$ הוא ב C_1 .

הוכחה:

2. יהא $G(V, E)$ גרף מכוון, עם משקל $w(e) \geq 0$ לכל קשת $e \in E$, ויהיו $u, v \in V$ שני צמתים שונים. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיקבע אם יש מסילה מכוונת מ- u ל- v שמספר קשתותיה מתחלק ב-2 אך לא ב-3, ואם יש כזו מוצא את המסילה (עם מספר קשתות המתחלק ב-2 אך לא ב-3) שסכום משקלי קשתותיה מינימאלי.

אלגוריתם והסבר:

סיבוכיות:

3. נתונה רשת זרימה $G(V, E)$ עם מקור s ובור t וזרימה f בה. ערכי הקיבול והזרימה שלמים. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא מסילה מגדילה p עם ערך מירבי של קיבול שיווי $C_f(p)$, (או שיודיע שאין מסילה מגדילה אם אין כזו).

אלגוריתם והסבר:

סיבוכיות:

4. נתונים מספרים שלמים $1 \leq x_1, x_2, \dots, x_n \leq n^2$ ונתון מספר $k \leq n$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיקבע אם יש זוג קבוצות זרות $I, J \subset \{1, \dots, n\}$ כך ש $|I| + |J| = k$ וכך ש $\sum_{i \in I} x_i = n^2$ וכן $\sum_{i \in J} x_i = n^2$.

אלגוריתם והסבר:

סיבוכיות:

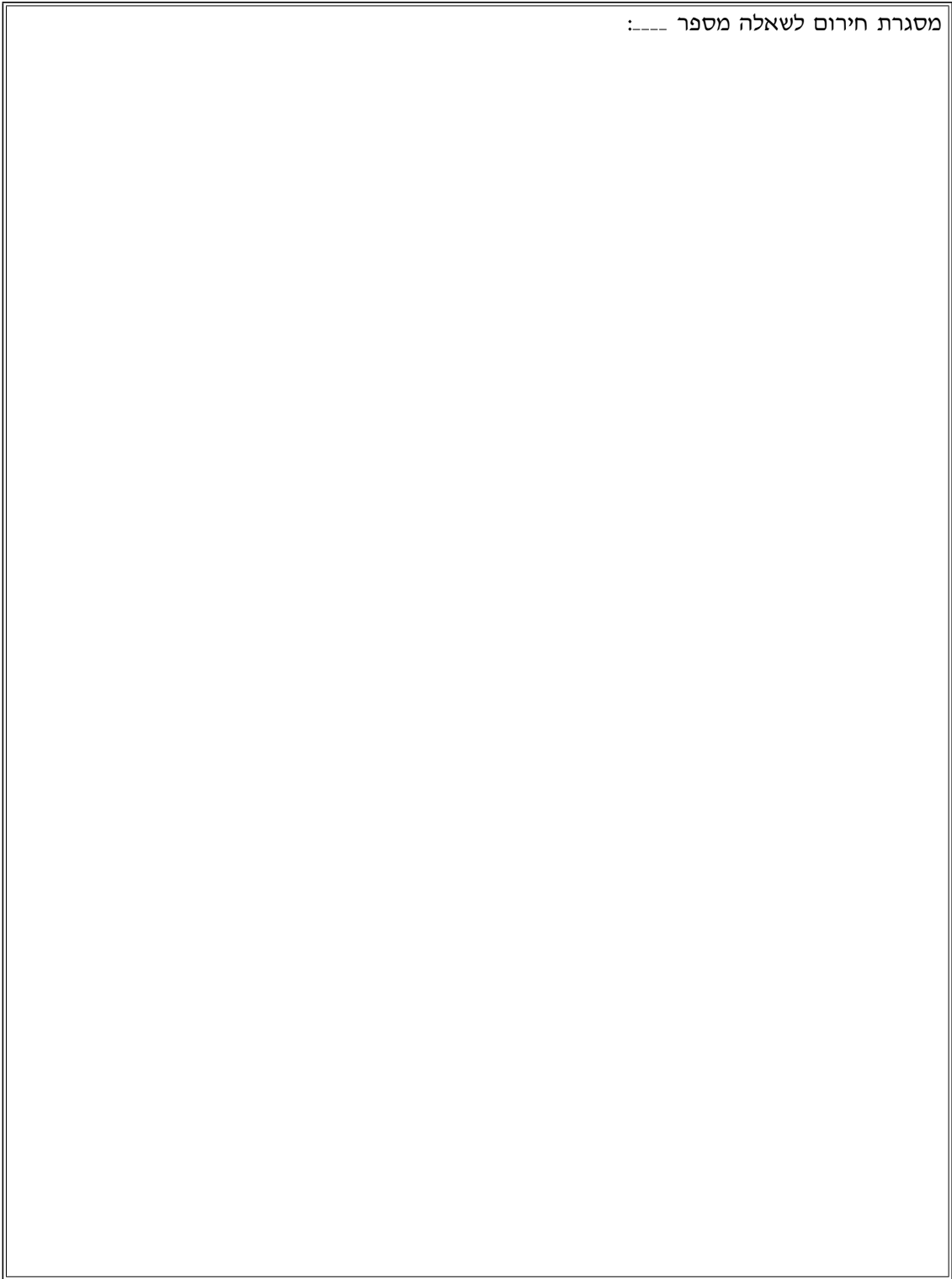
5. יהא Σ א"ב סופי, $P = P[1]P[2] \dots P[m] \in \Sigma^*$ מחרוזת כלשהיא באורך m , ויהא $T = T[1]T[2] \dots T[n] \in \Sigma^*$ טקסט באורך n . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא לכל i , את הערך x_i

$$x_i = |\{k | P_k \sqsupseteq T_i, k \text{ is even}, 0 < k \leq m\}|$$

סיבוכיות:

אלגוריתם והסבר:

מסגרת חירום לשאלה מספר _____:



מס. מחברת

ת.ז.

מסגרת חירום לשאלה מספר :---