

מבחן באלגוריתמים, מועד ב'

סמסטר א' תשע"ד, אוניברסיטת תל-אביב

מרצה: פרופ' עמוס פיאט

מתרגלים: שי ורדי, אילן כהן

משך הבחינה: שלוש שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות המתמייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
4	
5	
סה"כ	

בהצלחה!

1. יהא $G(V, E)$ גרף מכוון, יהיו $u, v \notin U, U \subseteq V$ צמתים שונים. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שייקבע האם יש מסילה בגרף מ- u ל- v שאינה מכילה שלושה צמתים עוקבים של U , ואם יש כזו, ימצא כזו שמספר קשתותיה מינימאלי.

אלגוריתם והסבר:

יעילות:

2. יהא $G(V, E)$ גרף פשוט, קשיר לא מכוון, עם משקלים שלמים חיוביים על הקשתות כאשר $|V| = n$ ו- $|E| = m$. $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ ומשקל הקשת e_i נתון ע"י $w(e_i) = 5 + \lfloor \frac{i^2}{10} \rfloor$. הקשתות נתונות בסדר ממויין. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את הקשתות e_i שמוכלות באיזה שהוא עץ פורש מינימאלי של G , זאת אומרת, ימצא את הקבוצה הבאה: $\{e_i \mid 1 \leq i \leq m, e_i \text{ שמכיל את } G\}$.

אלגוריתם והסבר:

סיבוכיות:

3. נתונה מטריצה $A = (a_{i,j})_{n \times n}$ כשכל $a_{i,j}$ שלם אי שלילי, ונתונים מספרים שלמים r_1, r_2, \dots, r_n ו c_1, c_2, \dots, c_n . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שייקבע אם יש מטריצה $B = (b_{i,j})_{n \times n}$ של מספרים שלמים המקיימים $0 \leq b_{i,j} \leq a_{i,j}$ לכל i, j וכן

$$\sum_{j=1}^n b_{ij} = r_i \text{ לכל } 1 \leq i \leq n, \text{ וכן } \sum_{i=1}^n b_{ij} = c_j \text{ לכל } 1 \leq j \leq n.$$

אלגוריתם והסבר:

סיבוכיות:

4. יהא $G(V, E)$ גרף לא מכוון, תארו אלגוריתם מבוסס תכנות לינארי שיחשב את הערך המירבי T , כך שלכל משקלים אי שלילים על הקשתות המקיימים $\sum_{e \in E} w(e) = 1$ יש

$$\sum_{v \in e} w(e) \geq T$$
 צומת $v \in V$ המקיים

אלגוריתם והסבר:

ת.ז.

מס. מחברת

5. נתונות m פונקציות $f_1, f_2, \dots, f_m : \{0, 1, \dots, m\} \rightarrow \mathbb{Z}^+$, תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיימצא ערכים שלמים $x_i \geq 0$ שסכומם מקיים $\sum_{i=1}^m x_i \leq m$ עבורם הערך

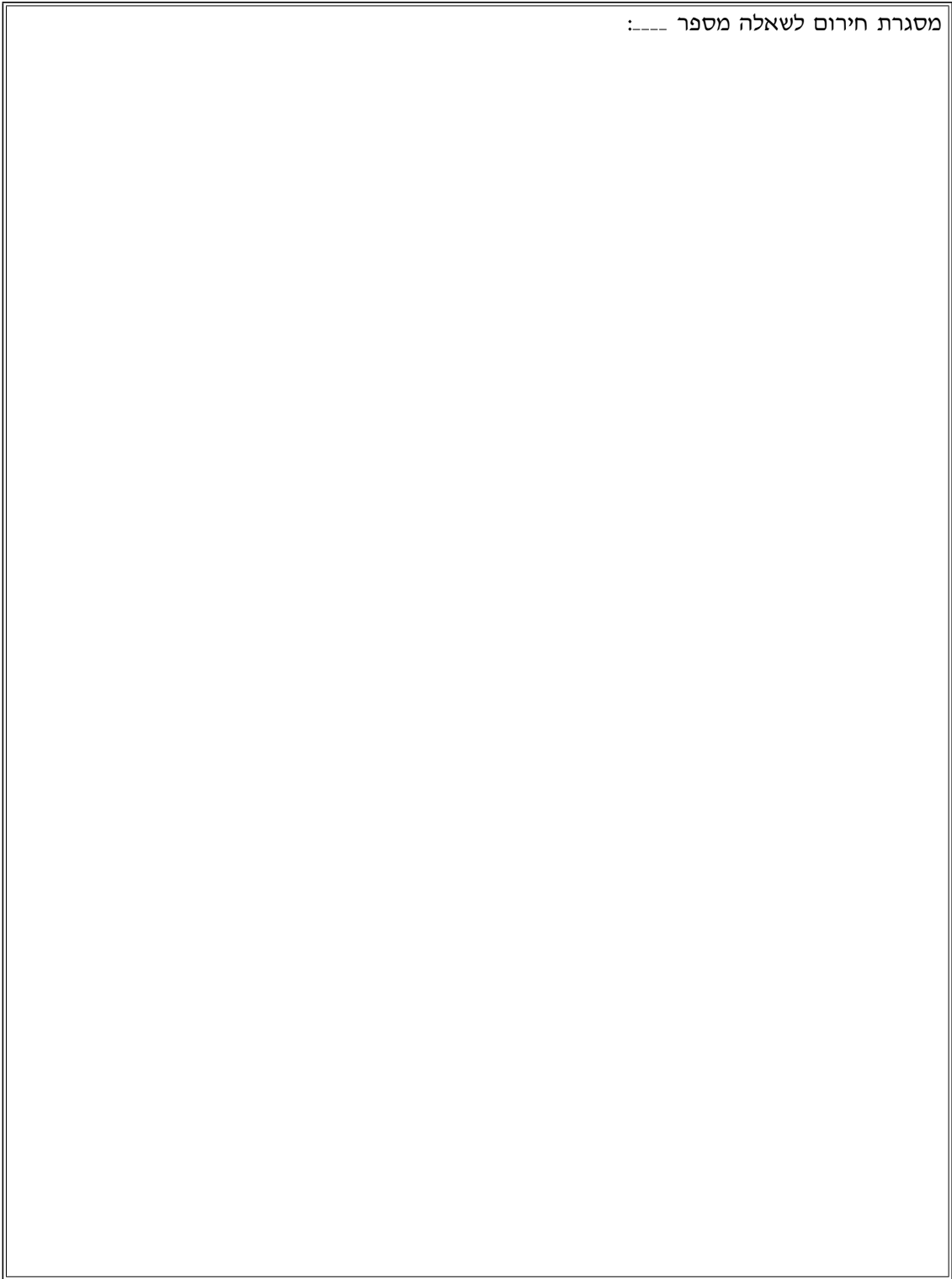
$$\sum_{i=1}^m f_i(x_i)$$

הוא מקסימאלי

אלגוריתם והסבר:

סיבוכיות:

מסגרת חירום לשאלה מספר _____:



מס. מחברת

ת.ז.

מסגרת חירום לשאלה מספר :---

A large empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write their answers to the questions.