

סדר	5	4	3	2	1

מבחן מועד א' באלגוריתמים, סמסטר א' תשע"ד (2014)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצה: פרופ' עמוס פיאט

מתרגלים: שי ורדי, אילן כהן

22/01/2014

הוראות

1. מומלץ לקרוא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות.
3. חומר עזר מותר: דף פוליו מודפס (דו צדדי) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
5. על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
6. מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
7. ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
8. התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
9. בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות וכלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות..

בהצלחה!

שאלה 1

יהי $G = (V, E)$ גרף לא מכוון. נגדיר את גרף הקשתות של G להיות $L(G)$, הגרף שנוצר מ- G ע"י הפיכת כל קשת e ב- G לקודקוד v_e ב- $L(G)$, ובין 2 קודקודים $v_e, v_f \in L(G)$ יש קשת אם"ם לקשתות e ו- f יש קודקוד משותף ב- G . הוכיחו או הפריכו:
א. אם ב- G יש מעגל אוילר אז ב- $L(G)$ יש מעגל אוילר.

הוכחה/ דוגמה נגדית:

ב. אם ב- $L(G)$ יש מעגל אוילר אז ב- G יש מעגל אוילר.

הוכחה/ דוגמה נגדית:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציה משקל $w: E \rightarrow R$. תארו אלגוריתם יעיל שמחשב לכל צומת $v \in V$, האם v נמצא במעגל שלילי כלשהוא. (לא בהכרח מעגל פשוט).

אלגוריתם והסבר:

שאלה 3

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציית משקל $w: E \rightarrow R$, ידוע שאין מעגלים שלילים בגרף. בהינתן תת-קבוצה של הקודקודים $V \supseteq U$, תארו אלגוריתם יעיל שמחשב לכל זוג צמתים $v, w \in V$ את משקל המסלול הקל ביותר בין v ל w שעובר דרך **לפחות** אחד מקודקודי U , וחשבו את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם. הניחו ש $|U| = \Omega(|V|)$.

אלגוריתם והסבר:

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 4

קבוצת עובדים A צריכה לבצע מספר משימות B. לכל משימה נתונים בדיוק שני עובדים שיכולים לבצע אותה, והיא צריכה להתבצע על ידי בדיוק אחד מהם.
אנו רוצים לחלק את כל המשימות B כך שכל עובד יקבל לכל היותר חצי (מעוגל למעלה) ממספר המשימות שהוא מסוגל לעשות.
א. תארו אלגוריתם לחישוב מבצעי המשימות. (75%)

הוכחה/ דוגמה נגדית:

ב. הראו שתמיד קיים פתרון (רמז: אם קיים פתרון אופטימלי שברי לבעיית זרימה ברשת עם קיבולים שלמים קיים גם פתרון שלם באותו גודל). (25%)

הוכחה/ דוגמה נגדית:

שאלה 5

נתונות n ערים, $1, 2, \dots, n$, על גבי ישר. בין כל שתי ערים נתון המרחק בליטרים (מספר שלם). כמו כן, בכל עיר קיימת תחנת דלק עם מחיר כלשהוא לליטר דלק, שבה הנהג יכול לתדלק. לנהג יש מכל דלק המכיל לכל היותר L ליטרים. הראו כיצד ניתן לחשב כיצד להגיע מהעיר הראשונה לעיר n במחיר מינימאלי, כשבמכל יש r ($r \leq L$) ליטרים לפני שהוא יוצא לדרך. חשבו את הסיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם. כמובן שכדי לעבור מעיר לעיר הבאה צריך שיהיה במיכל לפחות כמות ליטרים כמרחק ביניהם.

אלגוריתם והסבר

מסגרת "חירום" לשאלה מספר ____, סעיף ____ :

תעודת זהות:

מספר מחברת:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר ____, סעיף ____ :

תעודת זהות:

מספר מחברת:

