

## מבחן באלגוריתמים

סמסטר א' תשע"ב, מועד א'

תאריך: 11 ביולי 2012

מרצים: פרופ' נוגה אלון, רני הוד, אדם שפר

מתרגלים: רני הוד, שי ורדי

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

## שאלה 1

במסגרת האולימפיאדה בלונדון, תיערך בחודש הבא אליפות העולם בדוקים. מבנה התחרות הוא כדלקמן: לאחר כל משחק בין זוג שחקנים, המפסיד מודח והמנצח נשאר (אין תיקו). כשנשאר שחקן בודד הוא מוכרז כאלוף הדוקים. באצטדיון האולימפי אין מספיק שטח לשני משחקים בו-זמנית, ולפיכך המשחקים משוחקים אחד אחרי השני.

בתחרות מתמודדים  $n$  שחקנים, ביניהם השחקן הנודע אריק. בנץ הוא מהוועד האולימפי ותפקידו הוא להחליט על סדר המשחקים, כלומר: בתחילת התחרות ולאחר כל משחק (פרט למשחק הגמר), מכריז בנץ על שני המתמודדים בקרב הדוקים הבא.

בנץ צפה בתחרויות במהלך השנה ולכן ידועים לו  $m$  פרטי מידע מהצורה "תמיד השחקן  $x$  מנצח את השחקן  $y$ ". כמוכן שהמידע בידי בנץ קונסיסטנטי (לא ייתכן  $x > y$  וגם  $x < y$ ) אך אינו יודע מראש את תוצאות כל המשחקים האפשריים.

תארו אלגוריתם יעיל באמצעותו יכול בנץ להחליט האם באפשרותו לקמבן נצחון מובטח של אריק; במילים אחרות, עליו לבחור סדר משחקים כך שאריק יזכה בוודאות בכל המשחקים שהוא משתתף בהם (ובפרט ינצח בתחרות). אם כן, על האלגוריתם להחזיר את רשימת המשחקים הנ"ל.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

## שאלה 2

נתונות שתי קבוצות של מספרים טבעיים  $X, Y \subseteq \{1, 2, \dots, 100n\}$  כך ש- $|X| = 3n$  ו- $|Y| = 7n$ .  
תארו אלגוריתם יעיל שיבדוק האם יש תתי-קבוצות  $A \subseteq X, B \subseteq Y$  לא ריקות כך ש- $|A| = |B|$   
וכן סכום איברי  $A$  שווה לסכום איברי  $B$ .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

### שאלה 3

נתון גרף מכוון  $G = (V, E)$  עם פונקציית משקל  $w : E \rightarrow \mathbb{R}$  ונתונים זוג צמתים  $s, t \in V$ . ידוע כי יש בדיוק 5 קשתות עם משקל שלילי, אך אין בגרף מעגל שלילי. תארו אלגוריתם יעיל שמחשב מסלול קל ביותר מ- $s$  ל- $t$ .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

## שאלה 4

נתונה רשת זרימה  $G = (V, E)$  מ- $s$  ל- $t$  עם קיבולים שלמים  $c : E \rightarrow \mathbb{Z}_{\geq 0}$ . תארו אלגוריתם יעיל שימצא האם יש ברשת חתך מקיבול מינימלי עם לכל היותר 100 קשתות.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

**שאלה 5**

נתונות מחרוזת טקסט  $T = t_1 t_2 \dots t_n$  באורך  $n$  ותבנית  $P = p_1 p_2 \dots p_m$  באורך  $m$ .  
 תארו אלגוריתם יעיל המחשב את מספר הזוגות  $(P_i, T_j)$  כך ש- $P_i$  היא סיפא של  $T_j$ , עבור  
 $i \leq j \leq n, 1 \leq i \leq m$ .

תזכורת: עבור מחרוזת  $X$ , הרישא באורך  $k$  של  $X$  יסומן  $X_k$ .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר \_\_\_\_\_, סעיף \_\_\_\_\_:



מסגרת "חירום" לשאלה מספר \_\_\_\_\_, סעיף \_\_\_\_\_: