

מבחן באלגוריתמים

סמסטר ב' תשע"א, מועד ב'

תאריך:

מרצים: פרופ' נוגה אלון, פרופ' יוסי עזר, פרופ' רון שמיר

מתרגלים: רני הוד, אדם שפר

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורפות שלוש מסגרות נוספות, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

שאלה 1

נתון גרף לא מכוון וקשיר $G = (V, E)$. בנוסף, לכל קשת נתון משקל של 1 או 2. תארו אלגוריתם יעיל למציאת עץ פורש מינימלי של G .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 2

נתונים גרף מכוון $G = (V, E)$ עם משקלים אי שליליים על הקשתות, זוג קודקודים $s, t \in V$, וקשת $e \in E$.

סעיף א'

תארו אלגוריתם יעיל אשר בודק האם כל מסלול קל ביותר מ- s אל t עובר דרך e .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

סעיף ב'

תארו אלגוריתם יעיל אשר בודק האם קיים מסלול קל ביותר מ- s אל t אשר עובר דרך e .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 3

נתונים רשת זרימה $G = (V, E)$ שכל קיבולי הקשתות בה הם 1, ומספר שלם $k > 0$. תארו אלגוריתם יעיל אשר מוצא k קשתות ברשת שהסרתן תביא למינימום את גודל הזרימה המקסימלית של הרשת.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 4

ריצה של האלגוריתם של דיניץ למציאת זרימת מקסימום מחולקת לפאזות. בכל פאזה, האלגוריתם (i) בונה גרף שכבות ביחס לזרימה f שמצא עד כה (ליתר דיוק, ביחס לרשת השירית של f), (ii) מוצא זרימה חוסמת f' בגרף השכבות, ו-(iii) בונה את הזרימה $f + f'$ שבה ישתמש בשלב הבא. הוכיחו שאם כל קיבולי הרשת הם 1, מספר הפאזות שהאלגוריתם מבצע הינו $O(\sqrt{|E|})$ (ניתן להניח ללא הוכחה תכונות של רשתות זרימה שנלמדו בשיעור, אך לא פרטים שנלמדו כחלק מהוכחת הטענה שבשאלה).

הוכחה:

שאלה 5


נתון עץ לא מכוון $G = (V, E)$ עם משקלים אי-שליליים על הקשתות. תארו אלגוריתם יעיל למציאת זיווג בעל משקל מקסימלי בעץ (הזיווג אינו נדרש להיות מקסימלי מבחינת מספר הקשתות שבו).

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____, סעיף _____:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____, סעיף _____:



מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____, סעיף _____: