

מבחן באלגוריתמים

סמסטר א' תשע"א, מועד

תאריך:

מרצים: פרופ' עמוס פיאט, פרופ' מיכה שריר

מתרגלים: רני הוד, אדם שפר

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

שאלה 1

נתון גרף קשיר ולא מכוון $G = (V, E)$ עם פונקציה משקל $w : E \rightarrow \{1, 2\}$.
תארו אלגוריתם יעיל למציאת עץ פורש מינימלי של G .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 2

נתונים גרף מכוון $G = (V, E)$ עם פונקצית משקל אי-שלילית $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$, זוג צמתים $s, t \in V$ וקשת $e \in E$.

סעיף א'

תארו אלגוריתם יעיל אשר בודק האם כל מסלול קל ביותר מ- s ל- t עובר דרך e .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

סעיף ב'

תארו אלגוריתם יעיל אשר בודק האם קיים מסלול קל ביותר מ- s ל- t אשר עובר דרך e .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 3

נתונה רשת זרימה $G = (V, E)$ מ- s ל- t שכל קיבולי הקשתות בה הם 1, ונתון מספר שלם $k \geq |E|$. תארו אלגוריתם יעיל אשר מוצא k קשתות ברשת שהסרתן תביא למינימום את ערך הזרימה המקסימלית ברשת; במילים אחרות, מבין כל הקבוצות $X \subseteq E$ של k קשתות, אנו מחפשים קבוצה X עבורה ערך הזרימה המקסימלית ברשת $G \setminus X = (V, E \setminus X)$ הוא הקטן ביותר.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 4

נתון עץ לא מכוון $T = (V, E)$ עם משקלים אי-שליליים על הקשתות. תארו אלגוריתם יעיל למציאת זיווג בעל משקל מקסימלי בעץ (מספר הקשתות בזיווג אינו נדרש להיות מקסימלי).

יעילות: _____

אלגוריתם והסבר:

שאלה 5

להלן בעיית תכנון לינארי עם n משתנים ו- m אילוצים בצורה סטנדרטית:

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ &\text{s.t.} && \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \leq b_j \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, m, \\ &&& x_i \geq 0 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

נתון פתרון פיזיבילי $x = (x_1, \dots, x_n)$ לבעיה הפרימאלית ופתרון פיזיבילי $y = (y_1, \dots, y_m)$ לבעיה הדואלית (הפתרונות לאו דווקא אופטימליים). רישמו את הצורה הסטנדרטית של הבעיה הדואלית והוכיחו שערך הבעיה הפרימאלית המושג ע"י x קטן או שווה מערך הבעיה הדואלית המושג ע"י y . בשאלה זו אינכם רשאים להסתמך על משפטים שראינו בשיעור.

הבעיה הדואלית והוכחת הטענה:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____, סעיף _____:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____, סעיף _____:

