

מבחן באלגוריתמים

סמסטר א' תש"ע, מועד ב'

תאריך: 6.9.2010

מרצים: פרופ' נוגה אלון, פרופ' מיכה שריר

מתרגלים: רני הוד, אדם שפר

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.
במבחן 5 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 4 מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות, ותשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים. על האלגוריתם להיות דטרמיניסטי, אלא אם צוין אחרת.
- בכל השאלות המתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לא מצוין אחרת, כל גרף מיוצג ע"י רשימת שכנויות.

בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

שאלה 1

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$ המיוצג ע"י רשימות שכנויות, עם משקל $w(e) \in \{-3, -2, -1, 0\}$ לכל קשת $e \in E$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את כל הקשתות המוכלות במעגל מכוון (לאו דווקא פשוט) שסכום משקלי קשתותיו שלילי.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 2

הוכיחו כי אם:

- A היא קבוצת קשתות בגרף קשיר, לא מכוון וממושקל $G = (V, E)$,
- A מוכלת בעץ פורש מינימלי של G ,
- מבין כל הקשתות המחברות רכיבי קשירות שונים של הגרף (V, A) , משקל הקשת $e \in E$ מינימלי, אז קיים עץ פורש מינימלי של G המכיל את A וגם את e .

הוכחה:

שאלה 3

נתונים גרף מכוון $G = (V, E)$ עם משקל חיובי $w(e)$ עבור כל קשת $e \in E$, ומקור $s \in V$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא, לכל צומת $v \in V$, את משקל ההילוך¹ המכוון הקל ביותר מ- s אל v שמספר קשתותיו זוגי וגם גדול או שווה ל-6.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

¹תזכורת: הילוך הוא מסלול שעשוי לחזור על צמתים ו/או על קשתות.

שאלה 4

נתונים גרף קשיר ולא מכוון $G = (V, E)$, פונקציית משקל $w : E \rightarrow \mathbb{R}$, קשת $e \in E$, ומספר שלם $k > 0$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיקבע האם ניתן להסיר מן הגרף לכל היותר k קשתות, כך שהקשת e תהיה שייכת לעץ פורש מינימלי כלשהו של הגרף שיתקבל.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 5

נתונים n מטבעות, כולם שווי משקל פרט לאחד שהוא כבד יותר. בנוסף, יש בידינו מאזניים המאפשרים להשוות בין s מטבעות כלשהם, עבור s כלשהו, ל- s מטבעות אחרים במחיר $w(s)$ (כאשר מדידה מודיעה לנו איזה צד יותר כבד, או קובעת שלשתי הקבוצות אותו משקל). תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המחשב את המחיר המינימאלי הדרוש למציאת המטבע הכבד, ומוצא את אוסף השקילות המתאים למחיר זה.

הערות:

- כל שקילה מתבצעת לאחר שידועות תוצאות השקילות הקודמות.
- הפונקציה w היא חיובית, אך לאו דווקא מונוטונית ב- s .

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____, סעיף _____:



מסגרת "חירום" לשאלה מספר _____, סעיף _____: