מס' מחברת: ____ מס' תעודת זהות: __________

מבחן באלגוריתמים

סמסטר ב' תשס"ח, מועד ב'

תאריך: 24.10.08

מרצים: נוגה אלון ואיריס גאבר

מתרגלים : סבטלנה אולונצקי ורני הוד

משך הבחינה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

במבחן 6 שאלות. יש לענות על כולן.

- תשובות נכונות ומלאות על 5 מהשאלות יזכו אותך ב- 90 נקודות, ותשובות נכונות על כל השאלות ב- 100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים, ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד, אך יש למסרה.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות יעילה ככל האפשר, ומלווה בהסבר מתאים.
- בכל השאלות שמתייחסות לגרפים, אם לא מצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בלי לולאות ובלי קשתות מקבילות).

בהצלחה!

1	
2	
3	
4	
5	
6	

שאלה 1

נתון גרף מכוון $G=(V, E)$ המיוצג ע"י רשימות שכנות ונתונה קבוצת צמתים $U \subseteq V$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיקבע אם יש מסילה מכוונת (לאו דווקא פשוטה) שעוברת בכל הצמתים ב-U.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 2

נתון גרף קשיר לא מכוון $G=(V, E)$ המיוצג ע״י רשימות שכנות ונתונה פונקצית משקל $w: E \rightarrow R$.
ידוע כי $|E| = |V| + 10$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא עץ פורש מינימלי ב-G.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 3

נתונה מטריצה n על n שאיבריה הם 0 או 1. *אלכסון מוכלל* של המטריצה הוא קבוצה של n אחדות כך שמכל שורה ומכל עמודה נבחר אחד יחיד. לדוגמא, במטריצה משמאל מודגש אלכסון מוכלל. שימו לב שלא בהכרח קיים אלכסון מוכלל למטריצה.

0	**1**	0	1
0	0	**1**	0
1	0	1	0
0	1	0	**1**

להלן אלגוריתם לחישוב אלכסון מוכלל בהינתן המטריצה:

1. נחזיק מערך בוליאני בגודל n שבו נסמן כל טור שכבר ״תפסנו״ (בחרנו בו כבר '1'). בהתחלה כל הטורים אינם תפוסים.
2. נעבור על המטריצה שורה-שורה:
   - א. בכל שורה נחפש את ה-1 הראשון שנמצא בטור שעוד לא תפסנו.
   - ב. אם נמצא 1 כזה , נוסיף אותו לאלכסון המוכלל ונסמן שהטור תפוס.
   - ג. אם לא נמצא 1 כזה בשורה הנוכחית – נעצור ונודיע שאין פתרון.

א) הוכיחו כי האלגוריתם שגוי.

ב) תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא אלכסון מוכלל של המטריצה, אם קיים, או יאמר בביטחון שאין כזה.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 4

נתון גרף אציקלי מכוון $G = (V, E)$ המיוצג ע״י רשימות שכנות ומתאר אילוצי קדימויות בסדר הביצוע של אוסף משימות. כל משימה מיוצגת ע״י צומת של הגרף כאשר הזמן $t(v)$ הנדרש לביצוע משימה v נתון ע״י פונקצית משקל $t : V \rightarrow R^+$. המשימות מחולקות לשני סוגים: סוג A וסוג B. משימה v מסוג A אפשר לבצע רק לאחר שבוצעו כל המשימות u כך ש- $(u, v) \in E$; משימה v מסוג B אפשר לבצע רק אחרי שבוצעה לפחות משימה אחת u כך ש- $(u, v) \in E$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שימצא את הזמן המינימלי שבו אפשר לסיים את ביצוען של כל המשימות.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 5

נתונה תבנית $P=P[1]P[2]\ldots P[m]$ מעל א״ב סופי Σ ונתון טקסט $T=T[1]T[2]\ldots T[n]$ מעל אותו א״ב. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיחשב את המספרים $X_1, X_2, \ldots, X_m$ כאשר X_j הוא כמות האינדקסים $1\leq i\leq n$ עבורם P_j הוא סיפא של T_i.

דוגמא : עבור $P = abbc$ ו- $T = cababbcaba$ מתקיים $X_1 = 4, X_2 = 3, X_3 = 1, X_4 = 1$.

	יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 6

נתון גרף אציקלי מכוון $G = (V, E)$ המיוצג ע״י רשימות שכנות ונתון זוג צמתים $x, y \in V$. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שיחשב את מספר המסלולים המכוונים בגרף G העוברים גם דרך x וגם דרך y.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

מסגרת "חירום":

מסגרת "חירום":